

**Prot. n. 91** del 9 marzo 2005

*IPCF Rapporto Interno*

N. 1/032005

INFLUENZA DEL TEMPO DI TRANSITO IN  
INTERFEROMETRIA AI FEMTOSECONDI

Marco Galimberti

*Laboratorio per l'Irraggiamento con Laser Intensi, IPCF, Area della Ricerca CNR,  
Via G. Moruzzi 1, 56124 Pisa, Italy  
email: m.galimberti@ipcf.cnr.it*



# 1 Introduzione

Uno dei metodi più potenti di studio in vari schemi sperimentali si basa sulla tecnica di pump and probe: un primo impulso laser (pump) crea l'effetto in esame, che viene studiato tramite un secondo impulso di sonda (probe). Una vasta classe di tecniche di pump and probe hanno la caratteristica di inviare la sonda a  $90^\circ$  rispetto al fascio di pompa.

In questi schemi sperimentali, se la durata dell'impulso di probe è paragonabile o minore al suo tempo di attraversamento (che chiameremo  $T_R$ ) della regione in esame, è necessario fare particolare attenzione ai risultati ottenuti nel caso in cui il fenomeno investigato evolva su scale temporali dello stesso ordine di  $T_R$ .

## 2 Esperimento virtuale

Consideriamo, per semplicità, un esperimento virtuale: supponiamo di osservare a  $90^\circ$  un cilindro di dielettrico (raggio  $R$ , indice di rifrazione  $1 + \delta n_0$  e con l'asse di simmetria lungo  $z$ ) che viaggi alla velocità della luce ( $c$ ) lungo l'asse  $z$ , con un interferometro che utilizzi come sonda un impulso laser di durata infinitesima. Poniamo che questo impulso sonda si propaghi lungo  $x$  e che abbia un ritardo  $T$  rispetto all'arrivo del cilindro. Per convenzione, fissiamo  $T = 0$  quando l'impulso di probe e l'inizio del cilindro si incontrano nell'origine degli assi.

Secondo questo schema, la variazione dell'indice di rifrazione  $\delta n = n - 1$  (rispetto al vuoto) della regione di interesse nella posizione  $(x, y, z)$  al tempo  $t$  è

$$\delta n(x, y, z, t) = \begin{cases} \delta n_0 & \text{for } x^2 + y^2 < R^2 \text{ e } z - ct < 0 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases} \quad (1)$$

Nell'ipotesi di impulso molto corto, la variazione di fase del fascio di probe  $\Phi(y, z, T)$  può essere facilmente calcolato in approssimazione WKB, i. e. integrando la differenza di indice di rifrazione lungo l'asse di propagazione  $x$ . Tuttavia, nell'eseguire questo integrale è necessario tenere in considerazione il tempo di transito:

$$\begin{aligned} \Phi(y, z, T) &= \frac{2\pi}{\lambda_p} \int_{-\infty}^{\infty} \delta n\left(x, y, z, T + \frac{x}{c}\right) dx & (2) \\ &= \frac{2\pi}{\lambda_p} \cdot \begin{cases} 2\delta n X(y) & z - cT \leq -X(y) \text{ e } |y| < R \\ \delta n_0(cT + X(y) - z) & -X(y) < z - cT < X(y) \text{ e } |y| < R \\ 0 & z - cT \geq X(y) \text{ o } |y| \geq R \end{cases} & (3) \end{aligned}$$

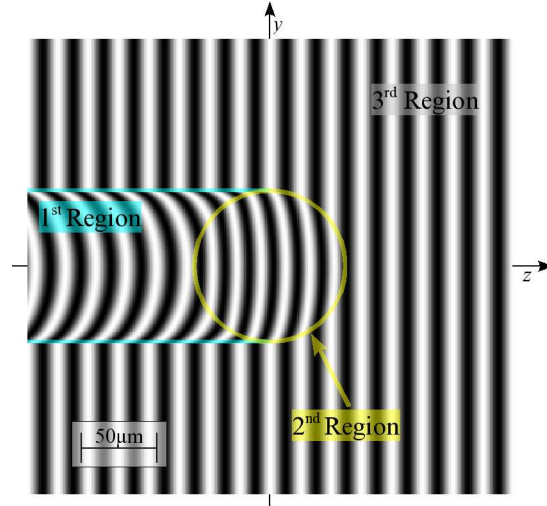
dove  $\lambda_p$  è la lunghezza d'onda del probe e  $X(y) = \sqrt{R^2 - y^2}$ .

Si distinguono quindi tre zone, che corrispondono alle tre condizioni dell'eq. 3. La prima e l'ultima corrispondono, rispettivamente, alla zona occupata dal cilindro pieno e alla zona imperturbata. La seconda condizione, invece, corrisponde alla zona in cui si evidenzia l'effetto del moto dell'oggetto in esame sull'interferogramma. In questa regione, che corrisponde nel caso specifico ad un cerchio centrato in  $(0, cT)$  di raggio  $R$ , lo spostamento di fase ha un andamento lineare lungo  $z$ , in contrapposizione ad un andamento a

gradino previsto per un cilindro fermo. Dall'eq. 3 è possibile creare un'interferogramma virtuale, tramite

$$I(y, z, T) = I_0 \left( 1 + v_0 \cos \left( \Phi(y, z, T) + \frac{2\pi}{\lambda_p} \Delta z \right) \right) \quad (4)$$

dove  $I_0$  è l'intensità del probe,  $v_0$  la visibilità delle frange e  $\Delta$  è l'angolo tra il fascio sonda e quello di riferimento. Il risultato è mostrato in fig. 1 dove sono state anche indicate le tre regioni.



**Figura 1:** Interferogramma virtuale di un cilindro dielettrico che viaggia con velocità  $c$  lungo l'asse  $z$  fatto con un impulso di durata infinitesima. Parametri utilizzati:  $T = 0$  ps;  $v_0 = 1$ ;  $\lambda_p = 400$  nm;  $R = 50$   $\mu$ m;  $\delta n_0 = -5 \cdot 10^{-3}$ ;  $\Delta = 2 \cdot 10^{-2}$  rad.

Passiamo ora a considerare un caso più realistico, in cui la durata dell'impulso di probe è finita. Chiamando  $I_p(t)$  l'andamento temporale del probe, il segnale  $S(y, z, T)$  sul rivelatore virtuale dell'interferogramma risulta

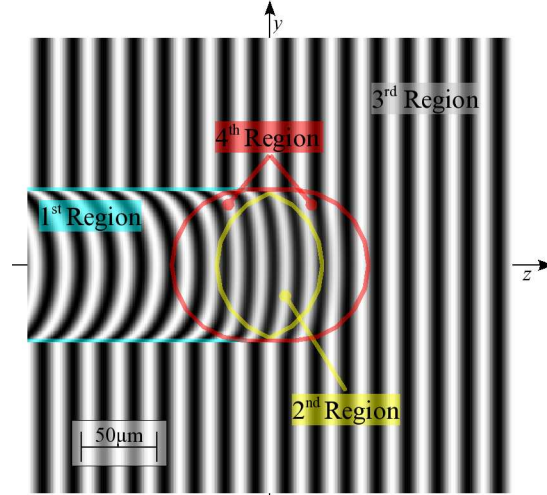
$$S(y, z, T) = \int_{-\infty}^{\infty} I_p(\tau) \left( 1 + v_0 \cos \left( \Phi(y, z, T + \tau) + \frac{2\pi}{\lambda_p} \Delta z \right) \right) \quad (5)$$

Considerando un impulso con un inviluppo squadrato della durata di  $\mathcal{T}$ , si possono individuare 4 regioni:

$$\begin{cases} 1^a \text{ Regione} & z - cT \leq -X(y) - \mathcal{T}/2 \text{ e } |y| < R \\ 2^a \text{ Regione} & -X(y) + \mathcal{T}/2 < z - cT < X(y) - \mathcal{T}/2 \text{ e } |y| < R \\ 3^a \text{ Regione} & z - cT \geq X(y) + \mathcal{T}/2 \text{ o } |y| \geq R \\ 4^a \text{ Regione} & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (6)$$

dove le regioni 1 e 3 sono analoghe a quelle già descritte in precedenza. Per maggiore chiarezza, in fig. 2 è mostrato un interferogramma virtuale con indicate le quattro regioni.

La regione 2 è presente solo se il diametro del cilindro è sufficientemente grande, ovvero  $2R > \mathcal{T}c$  e presenta le stesse caratteristiche della regione 2 precedentemente



**Figura 2:** Interferogramma virtuale di un cilindro dielettrico che viaggia con velocità  $c$  lungo l'asse  $z$  fatto con un impulso di durata finita (100fs). Parametri utilizzati:  $T = 0$ ps;  $\lambda_p = 400$ nm;  $R = 50$  $\mu$ m;  $\delta n_0 = -5 \cdot 10^{-3}$ ;  $\Delta = 2 \cdot 10^{-2}$ rad;  $\mathcal{T} = 100$ fs.

descritta, dove, però, la visibilità delle frange  $v$  è ridotta ed è pari a

$$v = v_0 \frac{\lambda_p}{\pi \delta n_0 c \mathcal{T}} \sin\left(\frac{\pi \delta n_0 c \mathcal{T}}{\lambda_p}\right), \quad (7)$$

dovuta alla variazione dell'indice di rifrazione medio visto dall'impulso di probe. Da notare il fatto che la visibilità delle frange in questa regione non dipende dallo spessore della zona in esame. Infine l'ultima regione, la 4, funge da raccordo tra le altre 3. Omettiamo una trattazione analitica di questa regione che risulterebbe pesante senza aggiungere niente di rilevante.

### 3 Effetti su casi reali e deconvoluzione

Questo effetto dovuto al tempo di transito porta a mascherare il reale profilo e, in particolare, i gradienti di indice di rifrazione nella direzione di moto del campione. Prendendo in esame una variazione dell'indice di rifrazione del campione del tipo

$$\delta n(x, y, z, t) = \delta n_0(z - ct, t) \Gamma(x, y, z) \quad (8)$$

lo spostamento di fase del probe, per un impulso di durata indinfinitesima risulta

$$\Phi(y, z, T) = \frac{2\pi}{\lambda_p} \int_{-\infty}^{\infty} \delta n\left(x, y, z, T + \frac{x}{c}\right) dx \quad (9)$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda_p} \int_{-\infty}^{\infty} \delta n_0\left(z - x + cT, T + \frac{x}{c}\right) \Gamma(x, y, z) dx \quad (10)$$

Nell'ipotesi in cui la funzione  $\Gamma$  sia limitata in  $x$ , ovvero esista una funzione  $X(z)$  tale per cui  $\Gamma(x, y, z) = 0$  per  $|x| > X(z)$ , e che si possa considerare costante la funzione  $\delta n_0$

rispetto al tempo di volo del probe, cioè su scale di tempi dell'ordine di  $X(z)/c$ , l'eq. 10 diventa

$$\Phi(y, z, T) \simeq \frac{2\pi}{\lambda_p} \int_{-X(z)}^{X(z)} \delta n_0(z - x + cT, T) \Gamma(x, y, z) dx \quad (11)$$

che altri non è che una convoluzione tra  $\delta n_0$  e  $\Gamma$  lungo la variabile  $z$ . Quindi, se si conosce la funzione  $\Gamma$ , l'eq. 11 è, in linea di principio, invertibile, permettendo così di ricostruire gradienti ripidi lungo  $z$  in rapida evoluzione.

## 4 Conclusioni

Quando la durata dell'impulso di probe risulta essere confrontabile o minore del tempo di attraversamento di questo nel campione, lo studio tramite interferometria di fenomeni veloci quali, ad esempio, la propagazione di un impulso laser corto in un gas, può essere soggetta alla presenza di artefatti. Questi artefatti hanno come risultato netto di nascondere la presenza di gradienti ripidi che si muovono ad alta velocità (paragonabile con quella della luce).

Sotto opportune ipotesi è comunque possibile eliminare o, almeno, ridurre l'influenza dei artefatti numericamente, permettendo così di poter studiare gradienti ripidi di indice di rifrazione in rapida evoluzione.

## Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Esperimento virtuale</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Effetti su casi reali e deconvoluzione</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>6</b>